

CAPÍTULO VII

ALGUNOS EJEMPLOS

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se analizarán las características de algunos modelos formulados específicamente para el estudio de los mercados de redes. El análisis exhaustivo de cada uno de ellos es relativamente complejo y excede los objetivos de este libro, por lo que nos centraremos en estudiar algunas de sus características más interesantes, planteando una serie de preguntas que quedan abiertas para futuros trabajos de investigación.

1. INTRODUCCIÓN

Este capítulo supone de alguna manera la síntesis de todo el análisis desarrollado hasta el momento. Iremos viendo cómo, introduciendo diferentes elementos, se pueden formular modelos de competencia en mercados de redes. El objetivo perseguido es, únicamente, mostrar algunos ejemplos que sirvan de inspiración para futuras investigaciones en este campo.

No analizaremos en detalle cada uno de los modelos planteados, sino que se darán algunas pinceladas a fin de poner de manifiesto sus características más relevantes y cómo debería abordarse un estudio en profundidad de los mismos. Para ello seguiremos el siguiente esquema.

- En el *apartado 2* se analizan los dos posibles modelos que podrían servir como punto de partida: la generalización del modelo Gompertz

de difusión (estudiado en el capítulo V) y las ecuaciones de Lotka-Volterra de competencia interespecífica (estudiadas en el capítulo VI).

- En el *apartado 3* se proponen dos mejoras al modelo de Lotka-Volterra, siendo la más relevante la efectuada a fin de reflejar los efectos de la congestión. Trataremos con algo de detalle una de las características más interesantes que presenta este modelo: su sensibilidad a las condiciones iniciales.

- En el *apartado 4* se plantea otro modelo que incorpora el efecto de los productos complementarios.

El análisis realizado en cada apartado ha requerido la programación de una serie de algoritmos de simulación numérica. En todos los algoritmos, la parte correspondiente a la resolución numérica del sistema de ecuaciones se ha realizado según el método de Runge-Kutta de orden 4, que se describió detalladamente en el capítulo IV, y utilizando «R» como entorno de programación (ver Anexo 1).

2 . MODELO BASE

Como se indicó en el capítulo V, los modelos de difusión Logístico y Gompertz son los más habitualmente empleados. Por otra parte, como se estudió en el capítulo VI, algunos investigadores han aplicado el modelo de Lotka-Volterra, que no es sino una generalización del Logístico a procesos de competencia. Sin embargo también tendría sentido plantear de forma análoga un modelo de competencia a partir de, por ejemplo, el modelo Gompertz de difusión, que junto al logístico es el más conocido y empleado.

No se han identificado trabajos que opten por este enfoque, por lo que resulta necesario analizar cuáles son sus propiedades antes de descartar el desarrollo de un modelo de competencia tipo Gompertz. En este sentido a continuación se estudian las propiedades de ambos modelos, evaluando cuál de los dos constituye un mejor punto de partida. No se realizará un análisis exhaustivo de ambos, sino que únicamente evaluaremos el cumplimiento de la característica básica de los mercados de redes: evolución temporal de tipo sigmooidal.

A) Generalización del modelo Gompertz

En base al modelo Gompertz, y siguiendo un planteamiento similar al de ARROYO BARRIGÜETE y LÓPEZ SÁNCHEZ (2004), es posible plantear el siguiente esquema competitivo:

EC. GOMPERTZ *MODELO DE COMPETENCIA*

$$\frac{dx}{dt} = r \cdot x \cdot \text{Ln}\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = r_i \cdot x_i \cdot \text{Ln}\left(\frac{1}{x_i}\right) - x_i \cdot \sum_{j \neq i} a_{ij} \cdot x_j \\ i, j = 1, 2, \dots, n \\ a_{ij}, r_i > 0 \quad \forall i, j \end{cases}$$

Siendo x_i la cuota de mercado en tanto por uno del estándar tecnológico i -ésimo, r_i el parámetro de crecimiento propio del estándar tecnológico i -ésimo y a_{ij} el parámetro de interacción competitiva entre los estándares i -ésimo y j -ésimo. Adicionalmente ha de imponerse la condición de que todos los elementos a_{ij} sean positivos (competencia pura), ya que la existencia de componentes negativos implicaría la aparición de estrategias cooperativas (simbiosis) entre diferentes tecnologías, y en estos momentos no se estudiará esa posibilidad.

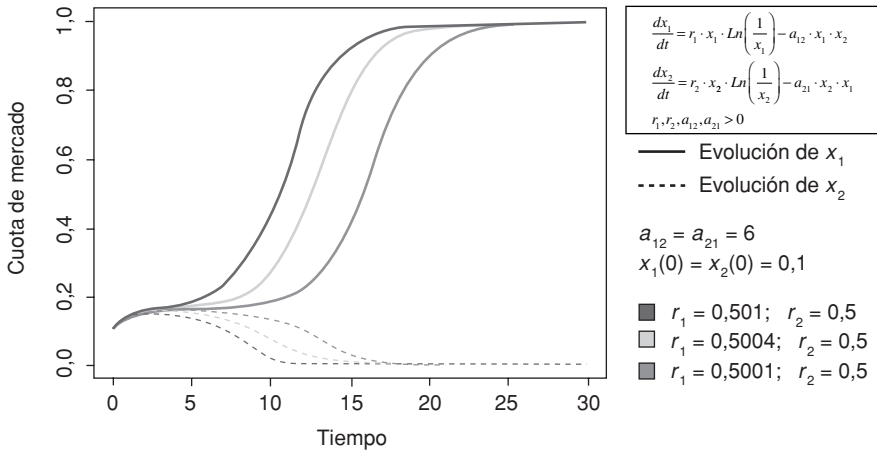
Puesto que las propiedades matemáticas de este modelo son sumamente complejas de analizar en términos generales, se limitará el estudio al caso particular de competencia entre dos estándares tecnológicos, quedando entonces el modelo reducido a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= r_1 \cdot x_1 \cdot \text{Ln}\left(\frac{1}{x_1}\right) - a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= r_2 \cdot x_2 \cdot \text{Ln}\left(\frac{1}{x_2}\right) - a_{21} \cdot x_2 \cdot x_1 \end{aligned} \tag{7.1}$$

La primera condición que debe cumplir el modelo es que la evolución temporal del estándar tecnológico vencedor ha de ser de tipo sigmoïdal, y cuanto mayor sea la diferencia entre los estándares rivales, más rápido será su crecimiento. Pese a partir de un modelo de difusión de tipo sigmoïdal, no existen garantías de que al ser generalizado a un modelo de competencia éste siga manifestando dicho comportamiento, de modo que es necesario evaluar el cumplimiento de esta condición.

En este sentido la figura 7.1 muestra los resultados obtenidos tras resolver el modelo para distintos valores de sus parámetros, y como puede comprobarse se aprecia una evolución sigmoïdal para los valores considerados. Además, a medida que se incrementan las diferencias entre los dos estándares (coeficientes r_i), más rápido es el proceso. Sin embargo esta evolución sólo se da bajo unas condiciones muy estrictas, tal y como se estudiará más adelante.

FIGURA 7.1
EVOLUCIÓN SIGMOIDAL
DEL MODELO DE COMPETENCIA TIPO GOMPERTZ (I)

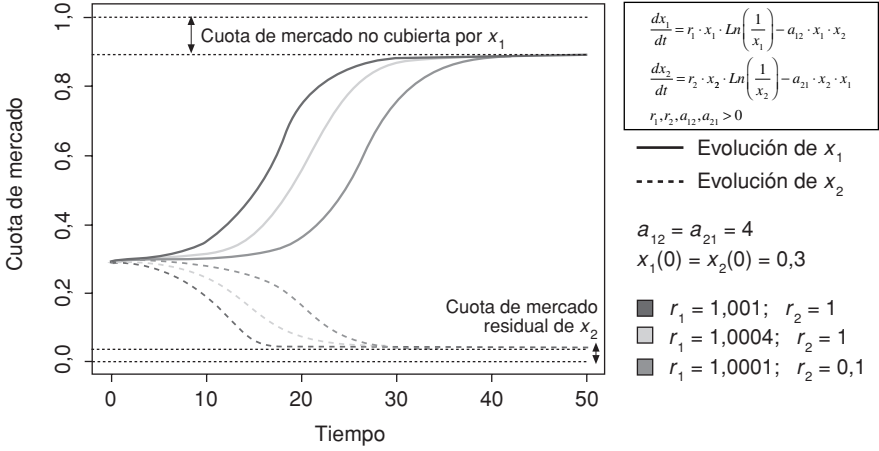


Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

Adicionalmente merece la pena destacar una diferencia significativa respecto al modelo de Lotka-Volterra. El modelo de Lotka-Volterra, al imponer condiciones de competencia intensa ($a_{ij} > r_i$), sólo permite a largo plazo un equilibrio estable en el que una de las tecnologías alcanza una cuota de mercado igual a 1 y la otra igual a 0. Sin embargo el modelo propuesto se comporta de manera diferente, ya que incluso en condiciones de competencia intensa ($a_{ij} > r_i$), si los parámetros adoptan determinados valores, el equilibrio final no implica la adopción total del estándar vencedor y la desaparición completa del estándar perdedor. Es decir, eligiendo adecuadamente los valores de los parámetros, el equilibrio final viene dado por una adopción parcial del estándar vencedor (cuota final de equilibrio menor que 1) y la supervivencia del estándar inferior con una reducida cuota de mercado (figura 7.2).

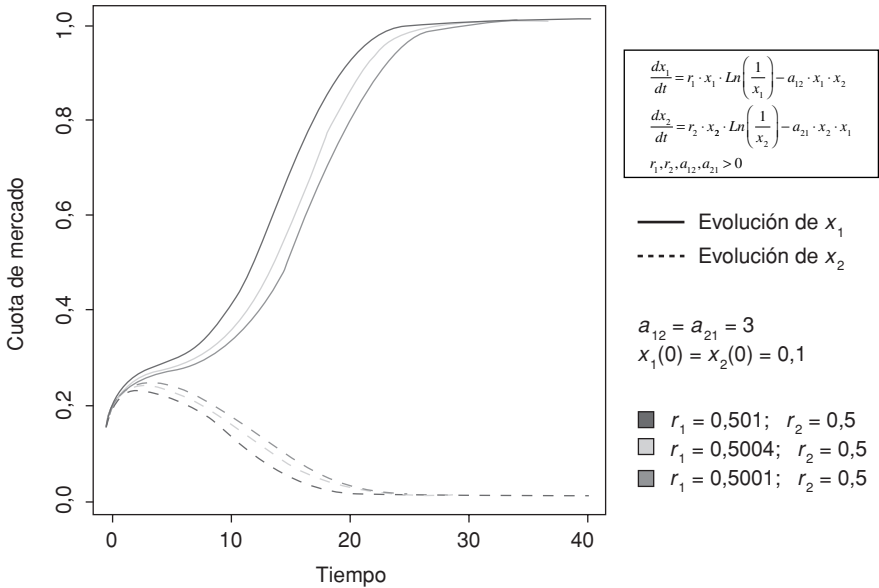
Sin embargo el modelo presenta un importante problema, que quizá haya sido la causa por la que no se han desarrollado investigaciones en base al mismo: la evolución temporal en las etapas iniciales es un tanto irregular. La evolución sigmoide sólo aparece si el valor de los coeficientes a_{ij} es significativamente mayor que el de los coeficientes r_i . En caso contrario, durante la etapa inicial, aparece un súbito incremento de las cuotas de mercado de ambas tecnologías que no coincide con lo que cabría esperar desde un punto de vista teórico. La figura 7.3 ilustra este comportamiento: disminuyendo el valor de los coeficientes a_{ij} de 6 (que

FIGURA 7.2
EVOLUCIÓN SIGMOIDAL
DEL MODELO DE COMPETENCIA TIPO GOMPERTZ (II)



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

FIGURA 7.3
EVOLUCIÓN SIGMOIDAL
DEL MODELO DE COMPETENCIA TIPO GOMPERTZ (III)



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

son los valores usados en la figura 7.1) a 3, y manteniendo el mismo valor para los coeficientes r_i aparece el mencionado pico irregular.

Tras un primer análisis podría plantearse que este problema puede solucionarse sin más que imponer condiciones adicionales sobre los parámetros a_{ij} . Sin embargo ésta no es una solución factible, ya que de hacerlo, la gran diferencia respecto a los parámetros r_i disminuiría significativamente el impacto de estos últimos en el modelo, lo que no resulta realista.

Por tanto, al no verificar este modelo condición de evolución sigmoideal dentro de un rango de valores razonable, no merece la pena profundizar en el estudio del resto de propiedades que habría de cumplir, y es preciso abandonarlo.

B) Generalización del modelo logístico: ecuaciones de Lotka-Volterra

Las ecuaciones de Lotka-Volterra de competencia interespecífica, como ya se mencionó en el capítulo VI, son una generalización de la ecuación logística de difusión:

$$\begin{array}{ll}
 \text{EC. LOGÍSTICA} & \text{MODELO DE COMPETENCIA} \\
 \frac{dx}{dt} = r \cdot x \cdot (1-x) & \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = r_i \cdot x_i \cdot (1-x_i) - x_i \cdot \sum_{j \neq i} a_{ij} \cdot x_j \\ i = 1, 2, \dots, n \\ a_{ij}, r_i > 0 \quad \forall i, j \end{cases}
 \end{array}$$

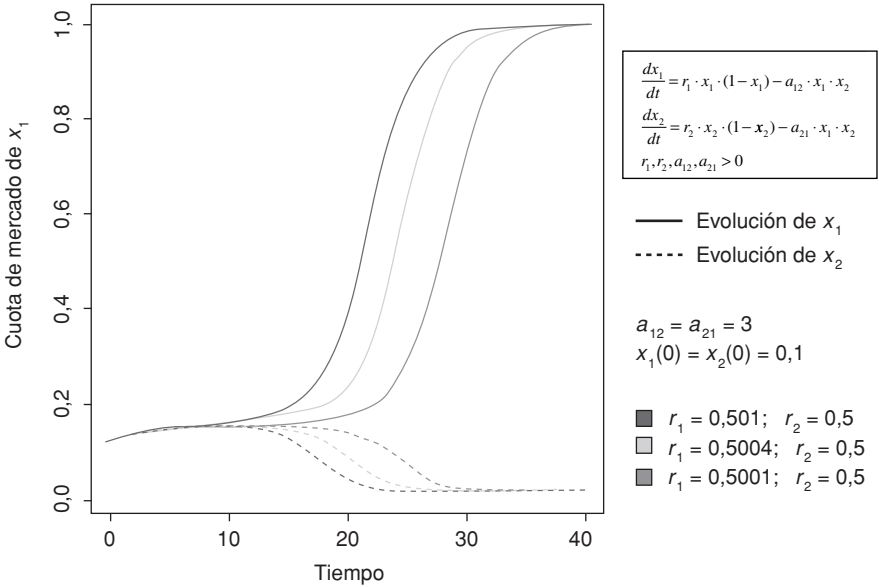
Siendo, al igual que en el modelo tipo Gompertz, x_i la cuota de mercado en tanto por uno del estándar tecnológico i -ésimo, r_i el parámetro de crecimiento propio del estándar tecnológico i -ésimo y a_{ij} el parámetro de interacción competitiva entre los estándares i -ésimo y j -ésimo.

En el caso de competencia entre dos estándares tecnológicos, el modelo queda reducido a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{dt} &= r_1 \cdot x_1 \cdot (1-x_1) - a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 \\
 \frac{dx_2}{dt} &= r_2 \cdot x_2 \cdot (1-x_2) - a_{21} \cdot x_1 \cdot x_2
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

En el capítulo VI ya se analizaron en detalle las características de este modelo, por lo que no se insistirá nuevamente en ello. Sin embargo es preciso mencionar que, como se muestra en la figura 7.4, el modelo efectivamente presenta un comportamiento más adecuado que el Gompertz: la evolución es de tipo sigmoïdal pero con una fase de lanzamiento suave y prolongada, como corresponde a un producto de red. Y dicho comportamiento se mantiene dentro de un rango de valores suficientemente amplio.

FIGURA 7.4
EVOLUCIÓN SIGMOÏDAL DEL MODELO DE LOTKA-VOLTERRA



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

3. EJEMPLO 1: ALGUNAS MEJORAS AL MODELO DE LOTKA-VOLTERRA

Volvamos al modelo de Lotka-Volterra en dimensión 2 (ecuación 7.2). En primer lugar estas ecuaciones permiten, en función de los valores de sus parámetros ($r_1 > a_{12}, r_2 > a_{21}$), situaciones de baja competencia en las que los distintos estándares alcanzan una situación de equilibrio competitivo. En estos casos varios estándares pueden mantener, a largo plazo y de forma simultánea, cuotas de mercado relativamente elevadas, lo que no coincide con lo observado en mercados de redes reales.

Éste era precisamente el problema observado en el apartado anterior. Además, en este tipo de escenarios la suma de las cuotas de mercado puede ser mayor que 1.

Otro inconveniente es que bajo determinadas circunstancias ($r_1 > a_{12}$, $r_2 < a_{21}$ o $r_1 < a_{12}$, $r_2 > a_{21}$) no aparece la ya mencionada sensibilidad a las condiciones iniciales, puesto que el estado final de equilibrio no depende en absoluto de las cuotas iniciales de mercado.

Todos estos problemas pueden solucionarse de forma relativamente sencilla mediante una reparametrización del modelo:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= r_1 \cdot x_1 \cdot (1 - x_1 - x_2) - a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= r_2 \cdot x_2 \cdot (1 - x_1 - x_2) - a_{21} \cdot x_1 \cdot x_2 \\ r_1, r_2, a_{12}, a_{21} &> 0\end{aligned}\tag{7.3}$$

Este modelo, que de hecho es equivalente al original imponiendo condiciones de competencia intensa ($r_1 < a_{12}$, $r_2 < a_{21}$), presenta ya un comportamiento del tipo *winner takes all*, la suma de cuotas de mercado es siempre menor o igual a 1 y exhibe sensibilidad a las condiciones iniciales, ya que el estado final de equilibrio viene determinado tanto por los valores de los parámetros (características propias de cada estándar) como por las cuotas de mercado iniciales. Del mismo modo, su evolución es de tipo sigmoïdal.

Es preciso mencionar que ésta es precisamente la modificación introducida por ALTINKEMER *et al.*, (2003) al modelo de Mahajan y Peterson (1978b) para incorporar el efecto del robo de clientes, que se estudió en el capítulo VI.

En adelante se denominará coeficientes EP¹ a los parámetros r_1 y r_2 . Del mismo modo se denominará coeficiente de influencia competitiva del estándar 1 al coeficiente a_{21} ² (que refleja la influencia del estándar 1 sobre el 2) y viceversa.

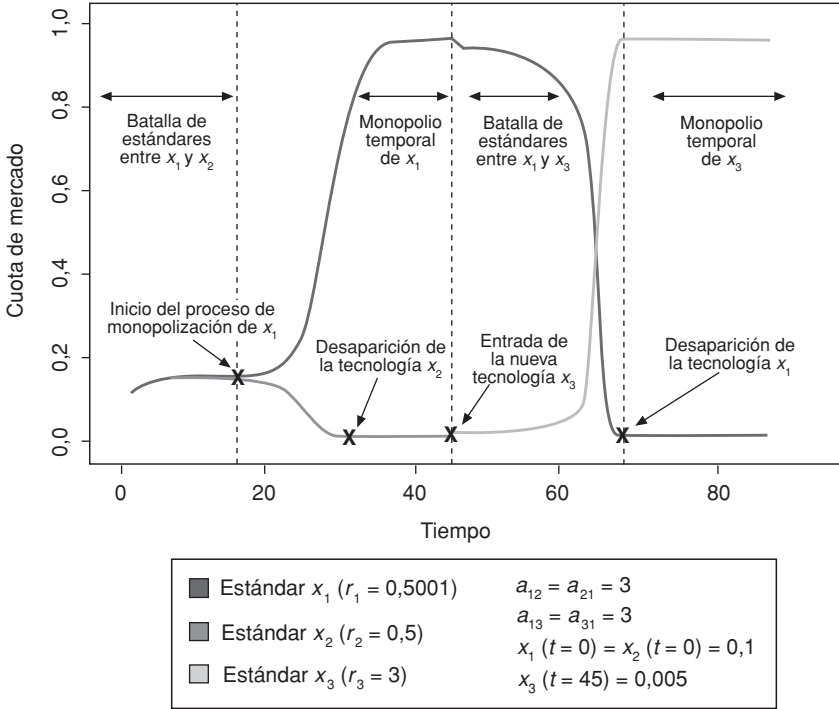
Este modelo, pese a reflejar escenarios de competencia intensa, predice la posible sustitución de tecnologías instaladas. Un estándar tecnológico ya asentado y que por tanto goza de un monopolio temporal, podría llegar a ser relegado a una cuota marginal o incluso eliminado

¹ El término hace referencia al hecho de que este parámetro recoge el efecto de las características propias de la tecnología: precio y las expectativas de éxito generadas por el estándar.

² Se ha optado por conservar la notación original de este tipo de modelos, y éste es el motivo por el que los subíndices aparecen cambiados.

FIGURA 7.5

PROCESO DE SUSTITUCIÓN DE UN ESTÁNDAR INSTALADO SEGÚN LAS ECUACIONES DE LOTKA-VOLTERRA MODIFICADAS



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

del mercado por un nuevo estándar superior. En la figura 7.5, que ilustra este concepto, se aprecia el proceso siguiente identificado por cuatro fases sucesivas:

1. Inicialmente se produce una batalla de estándares entre las tecnologías x_1 y x_2 . En este caso la tecnología x_1 resulta vencedora merced a su superioridad (mayor coeficiente r_1).
2. Debido a la naturaleza de este tipo de mercados, el estándar x_2 queda reducido a una presencia marginal en el mercado o incluso eliminado, gozando el estándar x_1 prácticamente de un monopolio temporal.
3. En un momento determinado, aparece un nuevo estándar x_3 , superior a x_1 , de modo que se inicia una nueva batalla de estándares.
4. Pese a la elevada cuota de mercado de la tecnología x_1 , la superioridad de x_3 es tal que logra contrarrestar las condiciones iniciales y

se impone, de modo que el estándar x_1 es sustituido y el estándar x_3 pasa a gozar de un nuevo monopolio temporal.

Es interesante comprobar que para que la sustitución sea posible, es preciso que el coeficiente r_3 sea significativamente mayor que r_1 , lo que coincide con lo indicado en el capítulo II.

Generalizando el modelo al caso n-dimensional (competencia entre n estándares tecnológicos) se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dx_i}{dt} = r_i \cdot x_i \cdot \left(1 - \sum_{j=1}^n x_j \right) - x_i \cdot \sum_{j \neq i} a_{ij} \cdot x_j$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$r_i, a_{ij} > 0 \quad \forall i, j$$
(7.4)

A partir de este modelo, que llamaremos de Lotka-Volterra modificado, se desarrollarán una serie de mejoras que permitan reflejar de forma más adecuada la naturaleza de los Efectos de Red.

A) Incorporación de los efectos de la congestión

Las ecuaciones de Lotka-Volterra modificadas (ecuación 7.3) incluyen el término $r_1 \cdot x_1 \cdot (1 - x_1 - x_2)$ en la velocidad de difusión de la tecnología x_1 , y una expresión equivalente aparece en el caso de la tecnología x_2 . Este término supone un crecimiento de tipo logístico de la cuota de mercado de la tecnología, e indica que la velocidad de crecimiento es proporcional a la cuota de mercado en el instante considerado, x_1 , y al mercado potencial que todavía no ha sido satisfecho, $(1 - x_1 - x_2)$. Precisamente el término $r_1 \cdot x_1$ puede ser interpretado como la Ley de Metcalfe, ya que indica que la velocidad de crecimiento de la red es proporcional al número de usuarios ya conectados a la misma, reflejando de este modo el aumento del valor que genera cada usuario adicional.

En este sentido, es posible modificar dicho término planteando otro tipo de crecimiento que cumpla las tres condiciones identificadas en el apartado 2 del capítulo III. Es decir, podemos considerar que la velocidad de crecimiento es proporcional a una función tal que:

- Presente, hasta que aparezcan externalidades de congestión, unos rendimientos marginales positivos y decrecientes.
- Permita, a partir de cierto valor, rendimientos marginales negativos, de modo que se recoja el efecto de las externalidades de congestión.

- Prediga que la interconexión entre redes de diferente tamaño añade más valor a la más pequeña.

Una de las funciones más sencillas que pueden formularse cumpliendo estas tres condiciones, es un polinomio de segundo grado, del tipo $x_1 - c_1 \cdot x_1^2$.

Sustituyendo en el sistema de Lotka-Volterra modificado (ecuación 7.3) esta expresión, obtendríamos un sistema de ecuaciones como el que se indica a continuación:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= r_1 \cdot (x_1 - c_1 \cdot x_1^2) \cdot (1 - x_1 - x_2) - a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= r_2 \cdot (x_2 - c_2 \cdot x_2^2) \cdot (1 - x_1 - x_2) - a_{21} \cdot x_1 \cdot x_2 \\ r_1, r_2, c_1, c_2, a_{12}, a_{21} &> 0\end{aligned}\quad (7.5)$$

La generalización de este modelo al caso n-dimensional (competencia entre n estándares tecnológicos) es relativamente simple, quedando expresada del siguiente modo:

$$\begin{aligned}\frac{dx_i}{dt} &= r_i \cdot (x_i - c_i \cdot x_i^2) \cdot \left(1 - \sum_{j=1}^n x_j\right) - x_i \cdot \sum_{j \neq i} a_{ij} \cdot x_j \\ i &= 1, 2, \dots, n \\ r_i, c_i, a_{ij} &> 0 \quad \forall i, j\end{aligned}\quad (7.6)$$

Veamos a continuación si este modelo verifica las tres condiciones básicas: evolución temporal de tipo sigmoideal, tendencia a la adopción de un único estándar³, y sensibilidad a las condiciones iniciales. Para ello se estudiará el modelo en el caso bidimensional (competencia entre dos estándares tecnológicos).

B) Evolución sigmoideal

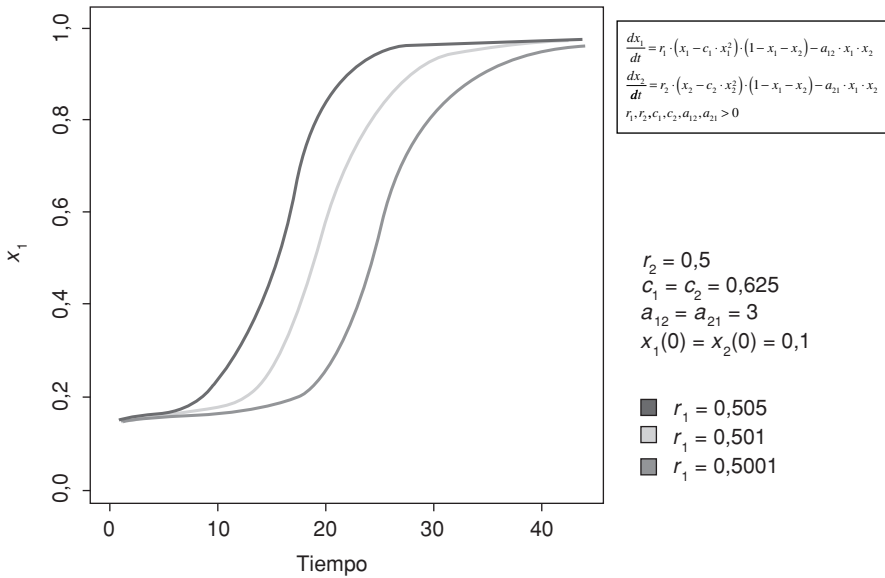
La figura 7.6 muestra los resultados obtenidos tras resolver el modelo (ecuación 7.5) para diferentes valores de los parámetros.

En este caso se ha considerado que las externalidades de congestión aparecen cuando la cuota de mercado alcanza el 80 por 100 (de modo

³ Recordemos que estamos estudiando la competencia entre estándares incompatibles y en presencia de fuertes efectos de red. Ésta es la razón por la que a largo plazo la tendencia a la adopción de un único estándar resulta inevitable.

que $c_1 = c_2 = 0.625$). Se observa que efectivamente la evolución del estándar tecnológicamente superior es de tipo sigmoïdal y que el proceso de adopción es más rápido cuanto mayor sea la diferencia respecto al estándar rival.

FIGURA 7.6
EVOLUCIÓN SIGMOÏDAL DE LAS ECUACIONES DE LOTKA-VOLTERRA MODIFICADAS INCORPORANDO LA LEY DE METCALFE MODIFICADA



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

Aunque en esta figura se muestran los resultados para unos valores determinados, otras combinaciones de parámetros similares generan resultados parecidos en cuanto a la evolución sigmoïdal de la cuota de mercado, aunque obviamente la velocidad de adopción será diferente. Por ejemplo, si el nivel de competencia disminuye (menores coeficientes a_{ij}) el proceso de monopolización será más lento, permitiendo que ambos estándares coexistan durante un mayor período de tiempo. Es decir, la etapa de lanzamiento hasta que una de las tecnologías alcanza la masa crítica es, en este caso, mayor. Por tanto queda comprobado que la evolución temporal que predice el modelo coincide con la que cabría esperar según lo recogido en la literatura teórica.

C) Tendencia a la adopción de un único estándar

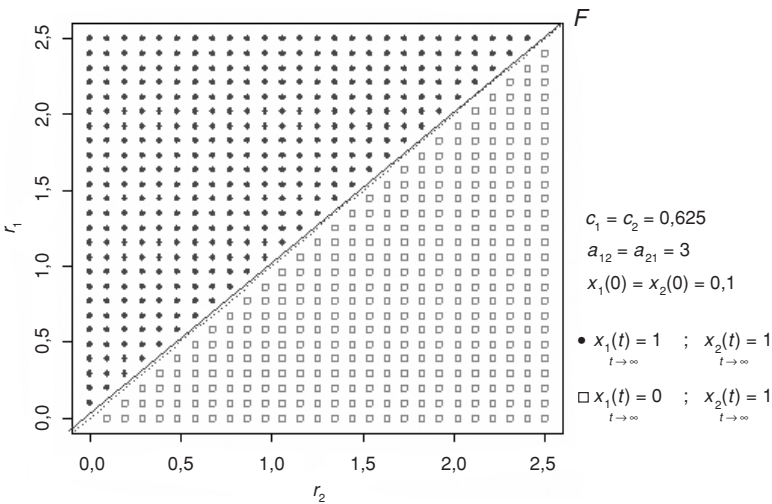
El modelo ha de exhibir a largo plazo un comportamiento del tipo *winner takes all*. Por tanto, cualquier diferencia en los valores de los parámetros debe dar lugar, tras un tiempo suficientemente largo, a la adopción de un único estándar.

Para verificar que el modelo muestra este comportamiento, se ha programado un algoritmo que resuelve el sistema para distintos valores de los coeficientes r_i , calculándose la cuota de mercado de cada uno de los estándares tras un tiempo suficientemente largo. La figura 7.7 representa el estado final que predice el modelo en función de los coeficientes r_i de cada una de las tecnologías. En los casos en que el estándar x_1 logra eliminar al x_2 se muestra un círculo, dibujando un cuadrado en el caso contrario.

Como puede observarse, cualquier diferencia entre los valores de r_1 y r_2 hace que el estándar con mayor coeficiente elimine al estándar rival. Sólo las combinaciones de parámetros situadas sobre la línea F , que muestra el conjunto de estados en los que ambos estándares tienen parámetros EP idénticos, da lugar a situaciones de equilibrio en las que es posible una coexistencia de ambos a largo plazo.

Aunque la figura 7.7 muestra una comparación entre los parámetros r_i , idénticos resultados se obtienen para los parámetros a_{ij} y para las

FIGURA 7.7
EQUILIBRIO FINAL DEL MODELO
PARA DISTINTOS VALORES DE SUS COEFICIENTES r_i



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

cuotas de mercado iniciales. Por tanto queda probado que el modelo efectivamente muestra un comportamiento en el que, a largo plazo, se produce la adopción de una única tecnología, tal y como sucede en los mercados en los que aparecen fuertes Efectos de Red. Sólo sería posible una coexistencia en el caso de que los dos estándares sean exactamente iguales en todas sus características, algo que en la práctica es sumamente improbable.

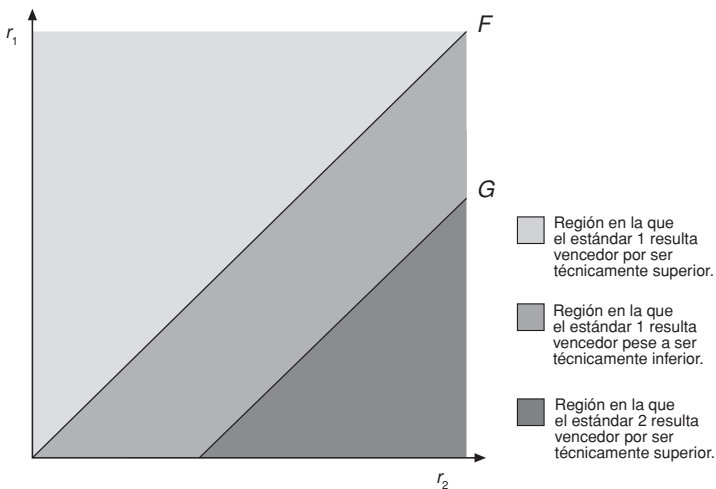
D) Sensibilidad a las condiciones iniciales

Tal y como se estudió en los capítulos II y III, los mercados de redes presentan sensibilidad a las condiciones iniciales, de modo que un estándar tecnológicamente inferior pueda resultar vencedor si parte de una mejor situación inicial. Visto en sentido contrario, esto implica que cuanto más asentada esté una tecnología (mayor cuota de mercado) más difícil será que una nueva tecnología logre sustituirla.

Desde el punto de vista teórico cabría esperar lo siguiente: si el estándar x_1 parte de una cuota de mercado inicial superior, puede resultar vencedor incluso en aquellos casos en los que sea técnicamente inferior a x_2 . Esto es lo que se muestra en la figura 7.8: puesto que el estándar x_1

FIGURA 7.8

EQUILIBRIO FINAL DEL MODELO PARA DISTINTOS VALORES DE LOS COEFICIENTES r_i PARTIENDO DE CONDICIONES INICIALES DIFERENTES: PLANTEAMIENTO TEÓRICO



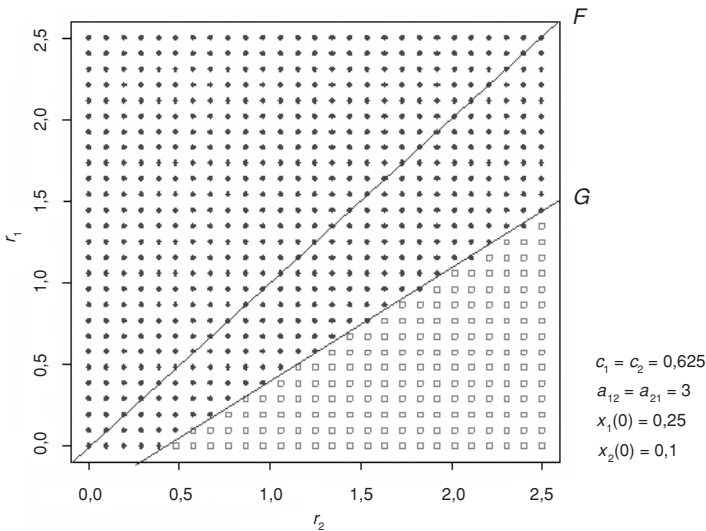
Fuente: Elaboración propia.

cuenta con una cuota de mercado inicial superior a la de x_2 , el primero podrá resultar vencedor en la batalla de estándares incluso en situaciones en las que sus parámetros son inferiores. Es decir, podría producirse la adopción de un estándar tecnológicamente inferior. En este sentido, la región entre las rectas F y G corresponde a situaciones en las que, pese a ser el estándar 1 inferior al 2 ($r_1 < r_2$) resulta vencedor merced a una cuota de mercado inicial superior. A medida que se incrementa la diferencia entre las cuotas de mercado iniciales, la recta G se desplazaría hacia abajo, incrementándose la región en la que el estándar 1 resulta vencedor pese a ser inferior al 2.

En la figura 7.9 se muestran los resultados obtenidos con la correspondiente simulación del modelo (ecuación 7.5), verificándose que su comportamiento coincide aproximadamente con lo que cabría esperar desde un punto de vista teórico. Sin embargo es preciso mencionar que aparece un efecto interesante: la recta G no sólo se desplaza hacia abajo, sino que además presenta una menor pendiente que F . Es decir, el modelo predice que cuanto mayor sea el valor de los parámetros r_i , más acusado será el efecto de la cuota de mercado inicial. O expresado de otro modo, en una batalla de estándares, cuanto mejores sean las tecnologías en com-

FIGURA 7.9

EQUILIBRIO FINAL DEL MODELO PARA DISTINTOS VALORES DE LOS COEFICIENTES r_i PARTIENDO DE CONDICIONES INICIALES DIFERENTES: PREDICCIÓN DEL MODELO



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

petencia (mayores valores de los parámetros r_i), más importante resulta la cuota de mercado inicial de cada una de ellas.

Este resultado resulta sumamente interesante y convendría, en futuras investigaciones, evaluar si efectivamente esta predicción del modelo se ajusta a lo que realmente ocurre en mercados de redes. Después veremos que otro posible modelo no presenta exactamente el mismo comportamiento.

E) Efectos de la congestión

Para terminar, veamos cuál es el impacto de la aparición de externalidades de congestión. Esta «modificación» que se ha propuesto a la Ley de Metcalfe recoge dos efectos diferentes:

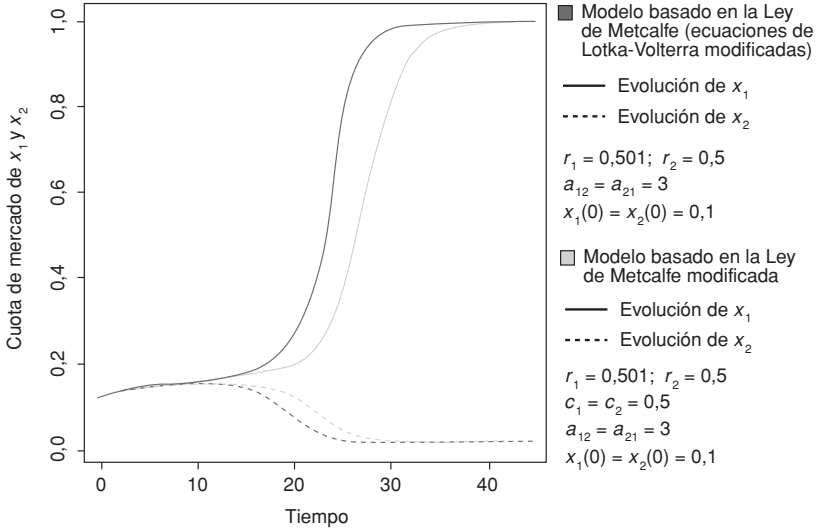
1. El valor aportado por cada usuario adicional no es constante, sino que hasta alcanzar el punto en el que aparecen externalidades de congestión es positivo y decreciente (rendimientos marginales decrecientes). Esto implica que la velocidad de crecimiento del modelo basado en la Ley de Metcalfe (ecuación 7.3) ha de ser mayor que en el modelo basado en la Ley de Metcalfe modificada (ecuación 7.5), aun cuando en este último no se produzcan externalidades de congestión (es decir, cuando $c_1 = c_2 = 0.5$, de modo que las externalidades de congestión no aparezcan hasta alcanzar el 100 por 100 de la cuota de mercado). La figura 7.10 compara la evolución temporal de ambos modelos, apreciándose claramente esta ralentización.

2. A partir del tamaño en que se producen externalidades de congestión, cada usuario adicional aporta un valor negativo. Esto hará que la velocidad de adopción en las etapas finales se ralentice considerablemente, que es cuando sus efectos son mayores. La figura 7.11 compara la evolución del modelo propuesto en tres situaciones diferentes: no se producen externalidades de congestión ($c_1 = c_2 = 0.5$), éstas aparecen al alcanzarse el 65 por 100 de la cuota de mercado ($c_1 = c_2 = 0.77$), y la congestión se produce al alcanzarse el 50 por 100 de la cuota de mercado ($c_1 = c_2 = 1$). Es preciso destacar dos aspectos de esta figura:

- Tal y como cabría esperar, el punto en el que aparecen las externalidades de congestión tiene una influencia mucho mayor en la evolución del estándar vencedor (x_1) que en la del perdedor (x_2), ya que este último desaparece del mercado antes de que los efectos de la congestión sean apenas apreciables.

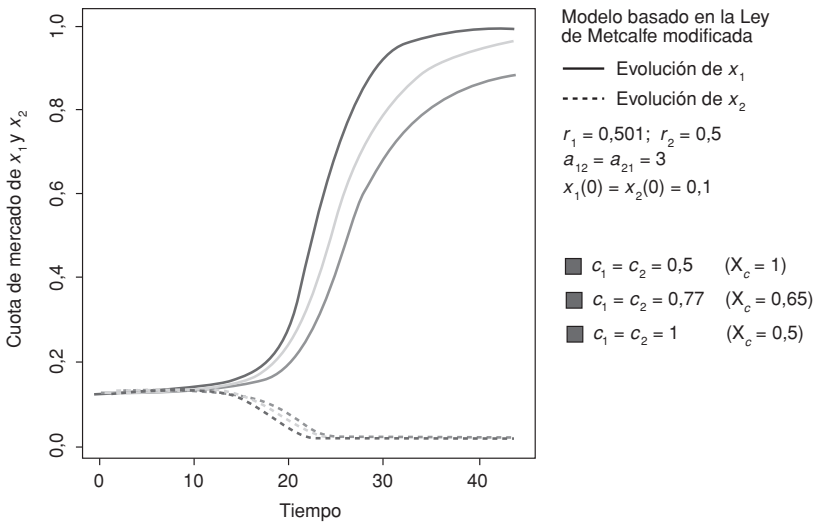
- En lo que respecta al estándar vencedor, el tamaño de la red para el que se inician las externalidades de congestión tiene una gran influencia en el proceso de adopción, especialmente en las etapas finales. Inicial-

FIGURA 7.10
COMPARACIÓN DEL MODELO DE LOTKA-VOLTERRA MODIFICADO Y EL MODELO PROPUESTO



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

FIGURA 7.11
EVOLUCIÓN TEMPORAL DEL MODELO PARA DIFERENTES PUNTOS DE INICIO DE LAS EXTERNALIDADES DE CONGESTIÓN



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

mente las diferencias son mínimas, pero al aumentar la cuota de mercado los efectos de la congestión empiezan a hacerse patentes, y las diferencias entre los tres escenarios estudiados se incrementa de forma progresiva.

F) Conclusiones del modelo

Se observa que el modelo aparentemente tiene un buen comportamiento, ya que no sólo presenta una evolución sigmoïdal y tendencia a la adopción de un único estándar, sino que además manifiesta sensibilidad a las condiciones iniciales y recoge adecuadamente los efectos de la congestión. Esto implica que la modificación propuesta a la Ley de Metcalfe, podría ser una aproximación razonable para representar la creación de valor en mercados de redes.

4. EJEMPLO 2: EFECTO DE LOS PRODUCTOS COMPLEMENTARIOS

El modelo de Lotka-Volterra modificado (ecuación 7.3) no incorpora en modo alguno el efecto de los productos complementarios, que como ya se mencionó en el capítulo III, es el tercer factor clave en presencia de Efectos de Red. En este sentido es preciso tener en consideración lo siguiente:

1. Los productos complementarios, que en general también estarán sujetos a Efectos de Red, son susceptibles de ser modelizados de forma análoga a los estándares tecnológicos. Sin embargo, en el mercado de complementarios el nivel de competencia ha de ser menor que el que se observa en el mercado de estándares, debido a que no existe una competencia directa tan fuerte. Esto implica que los coeficientes de influencia competitiva de los estándares serán mayores que los coeficientes de influencia competitiva de los complementarios.

2. Existe una influencia cruzada entre cada estándar y su(s) complementario(s), que resulta positiva por los motivos analizados en el capítulo III. Recordemos los modelos de simbiosis estudiados en el capítulo VI.

Tomando en consideración estos elementos, y asumiendo la existencia de un único producto complementario para cada estándar, es posible plantear el siguiente modelo:

$$\frac{dx_1}{dt} = r_1 \cdot x_1 \cdot (1 - x_1 - x_2) - a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + s_1 \cdot y_1 \cdot (1 - x_1 - x_2)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = r_2 \cdot x_2 \cdot (1 - x_1 - x_2) - a_{21} \cdot x_1 \cdot x_2 + s_2 \cdot y_2 \cdot (1 - x_1 - x_2)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= s_1 \cdot y_1 \cdot (1 - y_1 - y_2) - b_{12} \cdot y_1 \cdot y_2 + r_1 \cdot x_1 \cdot (1 - y_1 - y_2) \\ \frac{dy_2}{dt} &= s_2 \cdot y_2 \cdot (1 - y_1 - y_2) - b_{21} \cdot y_1 \cdot y_2 + r_2 \cdot x_2 \cdot (1 - y_1 - y_2) \\ r_1, r_2, a_{12}, a_{21} &> 0 \\ s_1, s_2, b_{12}, b_{21} &> 0 \\ a_{12}, a_{21} &> b_{12}, b_{21} \end{aligned} \tag{7.7}$$

En este caso x_1 y x_2 representan las cuotas de mercado en tanto por uno de los estándares tecnológicos mientras que y_1 e y_2 son el equivalente para los productos complementarios correspondientes. Los parámetros r_i y s_i son los coeficientes EP de cada estándar y cada producto complementario respectivamente. Los parámetros a_{ij} y b_{ij} son los coeficientes de influencia competitiva entre estándares y entre productos complementarios respectivamente. La interacción cruzada entre cada estándar y su producto complementario queda recogida en los términos cruzados que aparecen en la última parte de cada ecuación.

Este modelo ya recoge el efecto de las características internas (precio y expectativas de éxito) y externas (mercado de complementarios) a través de sus diferentes parámetros. La generalización es relativamente sencilla, de modo que considerando n estándares tecnológicos, cada uno de ellos con m_i productos complementarios, el sistema de ecuaciones queda expresado del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= r_i \cdot x_i \cdot \left(1 - \sum_{k=1}^n x_k\right) - x_i \cdot \sum_{k \neq i} a_{ik} \cdot x_k + \sum_{k=1}^{m_i} s_{ik} \cdot y_{ik} \cdot \left(1 - \sum_{l=1}^n x_l\right) \\ \frac{dy_{ij}}{dt} &= s_{ij} \cdot y_{ij} \cdot \left(1 - \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^{m_k} y_{kl}\right) - y_{ij} \cdot \sum_{k \neq i} \sum_{l=1}^{m_k} b_{ijkl} y_{kl} - y_{ij} \cdot \sum_{l \neq j} b_{ijil} \cdot y_{il} + r_i \cdot x_i \cdot \left(1 - \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^{m_k} y_{kl}\right) \\ i &= 1, 2, \dots, n \\ j &= 1, 2, \dots, m_i \\ r_i, s_{ij}, a_{ij} &> 0 \quad \forall i, j \\ b_{ijkl} &> 0 \quad \forall i \neq k \\ a_{ij} &> b_{ijkl} \quad \forall i, j, k, l \end{aligned} \tag{7.8}$$

Obsérvese que el modelo permite cooperación entre productos complementarios de un mismo estándar, ya que los coeficientes del tipo b_{ijik} pueden ser negativos.

Merece la pena desarrollar un estudio algo más detallado del que se ha realizado en apartados anteriores, puesto que la complejidad intro-

ducida por esta modificación es significativamente mayor. De esta manera a continuación, y a modo de síntesis, se han enumerado las características más relevantes que se trataron en los capítulos II y III, vinculando las mismas con diferentes condiciones que el modelo habría de cumplir. En cada caso, y empleando diferentes algoritmos de simulación numérica, se estudiará en qué medida el modelo satisface dichas condiciones. Nos centraremos en el caso más simple posible: dos estándares y dos productos complementarios.

A) Característica 1

La evolución temporal del estándar tecnológico vencedor es de tipo sigmoïdal, y cuanto mayor sea la diferencia entre los estándares rivales, más rápido será el crecimiento.

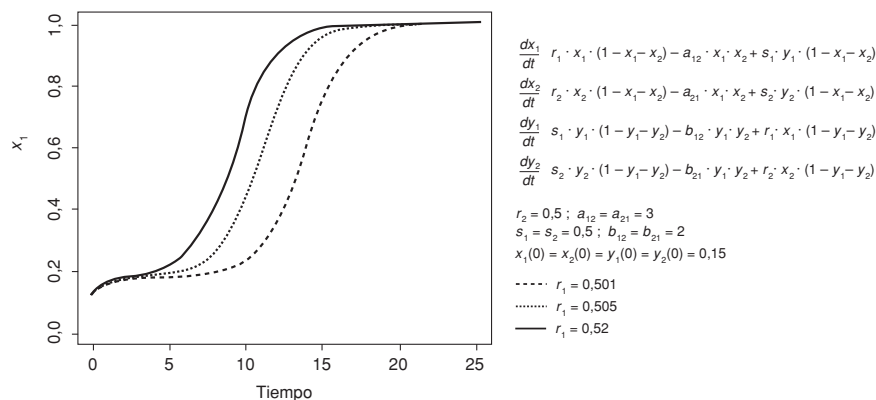
- **Condición 1a:** La cuota de mercado del estándar vencedor evolucionará según un proceso de tres etapas: crecimiento inicial lento seguido de un crecimiento acelerado y posterior deceleración hasta alcanzar un valor próximo a la unidad.

- **Condición 1b:** *Ceteris paribus*, a mayor diferencia entre los coeficientes EP, menor tiempo será necesario para que las cuotas de mercado alcancen los valores de equilibrio 1 y 0.

Asignando diferentes valores a los parámetros con las restricciones indicadas, se comprueba fácilmente que ambas condiciones son verificadas por el modelo. En este sentido la figura 7.12 muestra la evolución

FIGURA 7.12

EVOLUCIÓN TEMPORAL DE UN ESTÁNDAR SUJETO A EFECTOS DE RED (CONDICIONES 1a Y 1b)



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

temporal del estándar x_1 para distintos valores de los coeficientes EP, y como puede observarse, a mayor diferencia entre los coeficientes EP de los estándares x_1 y x_2 más rápido es el proceso de adopción.

B) Característica 2

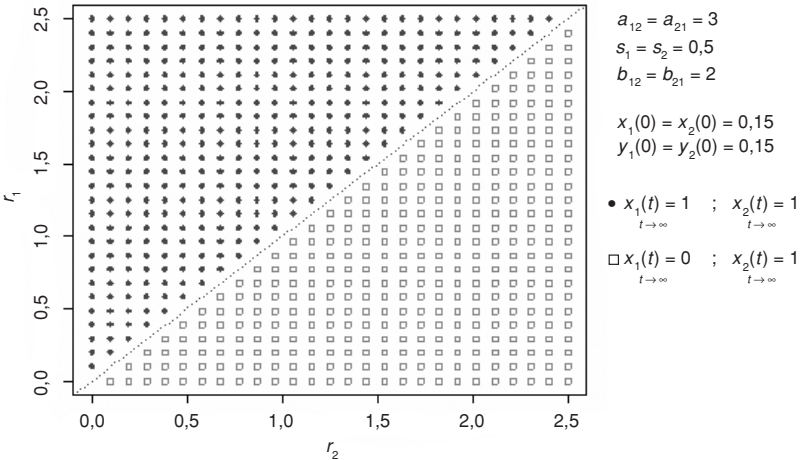
El mercado exhibe a largo plazo un comportamiento del tipo *winner takes all*.

• **Condición 2a:** *Ceteris paribus*, cualquier pequeña diferencia en los valores de los coeficientes EP de los estándares hará evolucionar el mercado de forma que el estándar con mayor coeficiente EP alcance una cuota de mercado próxima a la unidad y el otro próxima a cero.

En la figura 7.13 se ha representado el estado final de ambos estándares en función de los coeficientes EP de cada uno de ellos. En los casos en que el estándar x_1 logra eliminar al x_2 se muestra un círculo, dibujando un cuadrado en el caso contrario. Como puede observarse, cualquier diferencia entre los valores de r_1 y r_2 hace que el estándar con mayor coeficiente EP elimine al estándar rival. Sólo las combinaciones de parámetros situadas sobre la línea de puntos, que muestra el conjunto de estados en los que ambos estándares tienen parámetros idénticos, da lugar a situaciones de equilibrio en las que es posible una coexistencia de ambos estándares a largo plazo.

FIGURA 7.13

EQUILIBRIO FINAL DEL MODELO PARA DISTINTOS VALORES DE SUS COEFICIENTES EP (CONDICIÓN 2a)



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

Las condiciones 2b a 2e, que se enumeran a continuación, serán verificadas mediante un procedimiento similar.

- **Condición 2b:** *Ceteris paribus*, cualquier pequeña diferencia en los coeficientes de influencia competitiva de los estándares hará evolucionar el mercado de forma que el estándar con mayor coeficiente de influencia competitiva alcance una cuota de mercado próxima a la unidad y el otro próxima a cero.

- **Condición 2c:** *Ceteris paribus*, cualquier pequeña diferencia en los coeficientes EP de los complementarios hará evolucionar el mercado de forma que el estándar cuyo complementario tenga un mayor coeficiente EP alcance una cuota de mercado próxima a la unidad y el otro próxima a cero.

- **Condición 2d:** *Ceteris paribus*, cualquier pequeña diferencia en los coeficientes de influencia competitiva de los complementarios hará evolucionar el mercado de forma que el estándar cuyo complementario presente un mayor coeficiente de influencia competitiva alcance una cuota de mercado próxima a la unidad y el otro próxima a cero.

- **Condición 2e:** *Ceteris paribus*, cualquier pequeña diferencia en las cuotas de mercado iniciales hará evolucionar el mercado de forma que el estándar con mayor cuota de mercado inicial alcance una cuota de mercado próxima a la unidad y el otro próxima a cero.

Partiendo de unas condiciones idénticas⁴, la figura 7.14 muestra cómo pequeñas diferencias en los valores de los distintos parámetros inician el proceso de realimentación positiva que da lugar a que uno de los estándares en competencia logre hacerse, a largo plazo, con la totalidad del mercado. Por tanto estas condiciones quedan también verificadas, confirmando que el modelo muestra un comportamiento del tipo *winner takes all*.

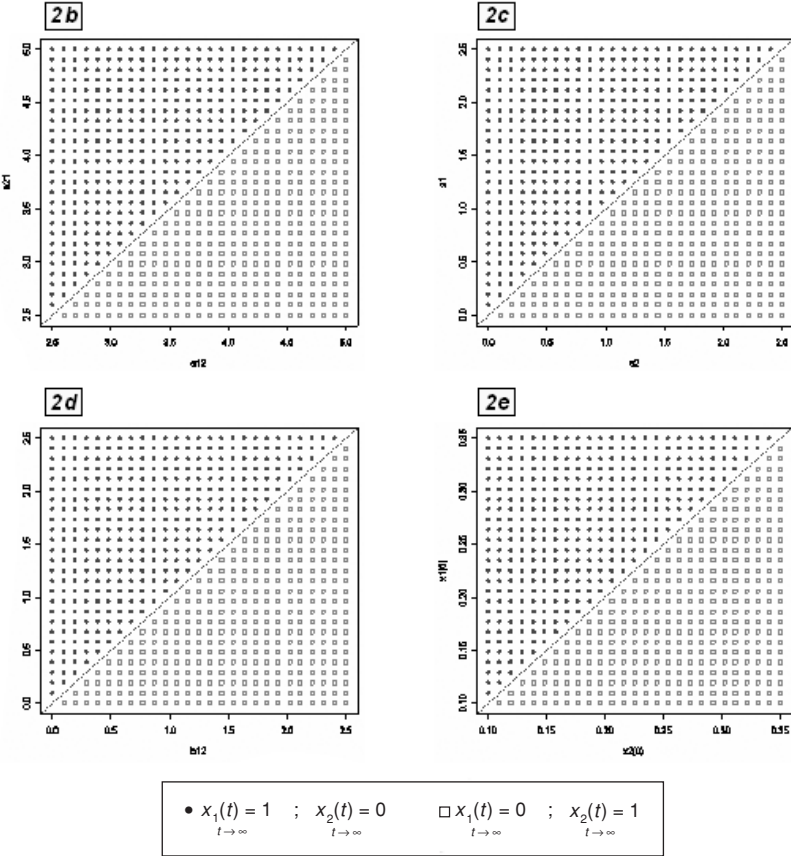
C) Característica 3

Los mercados en los que aparecen Efectos de Red presentan sensibilidad a las condiciones iniciales, de modo que un estándar tecnológicamente inferior puede resultar vencedor si parte de una mejor situación inicial. Esto implica que cuanto más asentada esté una tecnología (mayor cuota de mercado) más difícil será que una nueva tecnología logre ser aceptada.

⁴ Las condiciones de partida en todos los casos son $r_1 = r_2 = 0.5$, $a_{12} = a_{21} = 3$, $s_1 = s_2 = 0.5$, $b_{12} = b_{21} = 2$. A fin de validar cada hipótesis se han variado los parámetros dos a dos, respetando siempre las restricciones impuestas en (7.7) respecto a los valores que han de tomar.

FIGURA 7.14

EQUILIBRIO FINAL DEL MODELO PARA DISTINTOS VALORES DE SUS COEFICIENTES (CONDICIONES 2b A 2e)

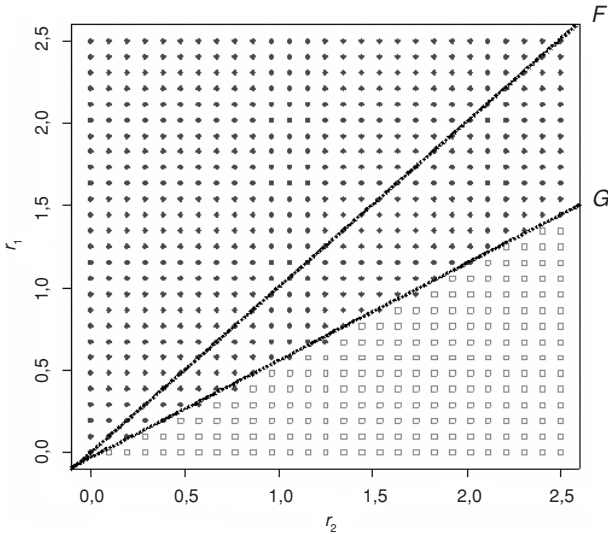


Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

• **Condición 3:** *Ceteris Paribus*, un estándar con coeficiente EP inferior al del estándar rival, puede resultar vencedor si parte de una cuota de mercado inicial superior.

Como puede observarse en la figura 7.15, la región entre las rectas *F* y *G* corresponde a situaciones en las que, pese a ser el estándar 1 inferior al 2 (menores coeficientes EP) resulta vencedor merced a una cuota de mercado inicial superior. Esto indica que efectivamente el modelo presenta sensibilidad a las condiciones iniciales, estando determinado el estado final de equilibrio tanto por las características propias de cada tecnología como por la cuota de mercado inicial.

FIGURA 7.15
EQUILIBRIO FINAL DEL MODELO PARA
DISTINTOS VALORES DE LOS COEFICIENTES EP PARTIENDO
DE CONDICIONES INICIALES DIFERENTES (CONDICIÓN 3)



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

Merece la pena destacar que el comportamiento predicho por este modelo es similar al del modelo estudiado en el apartado anterior (ecuación 7.5), puesto que en ambos casos la pendiente de la recta G es menor a la de la recta F . Es decir, ambos modelos sugieren que en una batalla de estándares, cuanto mejores sean las tecnologías en competencia (mayores valores de los parámetros r_i), más importante resulta la cuota de mercado inicial de cada una de ellas. Sin embargo en la figura 7.9 correspondiente al modelo 7.5 la recta G también se desplazaba hacia abajo, cuando en este caso no lo hace. Se trata de una diferencia interesante debido a sus implicaciones desde un punto de vista económico: el comportamiento es muy diferente en escenarios en los que los estándares rivales presentan coeficientes EP bajos. Evaluar cuál de las 2 predicciones resulta correcta en mercados reales, es sin duda una interesante línea de investigación que queda abierta para futuros trabajos.

D) Característica 4

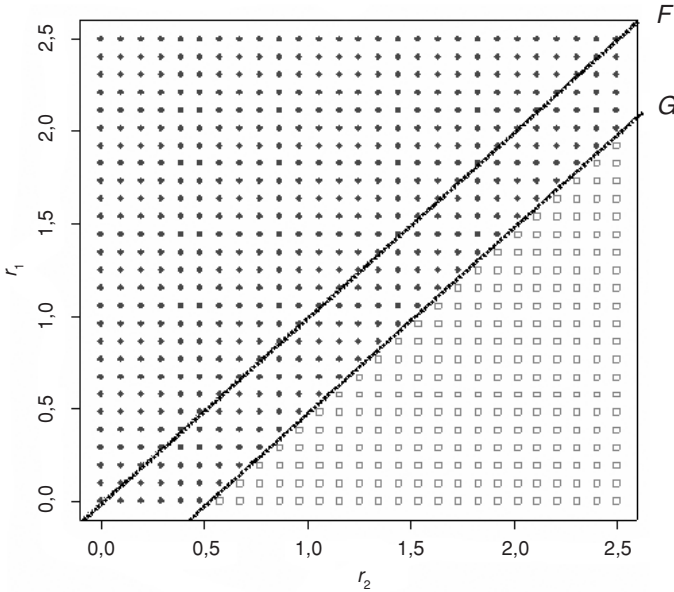
Los productos complementarios ejercen una poderosa influencia en la evolución del mercado.

- **Condición 4:** *Ceteris paribus*, un estándar con coeficiente EP inferior al del estándar rival, puede resultar vencedor si su producto complementario es superior (mayor coeficiente EP) al de su competidor.

La figura 7.16 muestra el resultado de la simulación para valores idénticos a los empleados anteriormente, cambiando únicamente el coeficiente EP (haciendo $s_1 = 1$). Como puede comprobarse la condición se verifica puesto que, al igual que ocurría con la condición 3, aparece una región en la que pese a ser el estándar 1 inferior, expulsa del mercado al estándar 2 debido a la mayor fortaleza de su producto complementario.

FIGURA 7.16

EQUILIBRIO FINAL DEL MODELO PARA DISTINTOS VALORES DE LOS COEFICIENTES EP EN EL CASO DE PRODUCTOS COMPLEMENTARIOS DIFERENTES (CONDICIÓN 4a)



Fuente: Elaboración propia (algoritmo programado en «R»).

E) Conclusiones del modelo

Los resultados de las distintas simulaciones confirman, al menos en el caso particular estudiado, que el comportamiento coincide en gran medida con las principales características que la literatura relacionada

con los Efectos de Red identifica, especialmente en lo que se refiere al efecto de los productos complementarios.

Sin embargo sería necesario llevar a cabo un estudio mucho más detallado de sus características (lo que incluiría su estudio para competencia entre más de 2 estándares y con más de 2 complementarios), a fin de garantizar que el modelo presenta un buen comportamiento. Esto excede los objetivos del presente libro, pero la forma de llevar a cabo dicho análisis sería relativamente similar al que se ha desarrollado en este apartado.

5. CONCLUSIONES

A lo largo de este capítulo hemos visto algunos ejemplos de cómo podría formularse un modelo de competencia entre estándares tecnológicos sujetos a Efectos de Red desde la Teoría de Sistemas Dinámicos. Al igual que hemos hecho en capítulos anteriores, destacaremos tres fundamentales.

- Partiendo de un modelo «de base» es posible añadir ciertos elementos que recojan determinados aspectos de los mercados de redes, como por ejemplo la interacción con productos complementarios. Los modelos estudiados en los capítulos V y VI pueden servir de ayuda para expresar en términos matemáticos los efectos que se deseen introducir.

- Los modelos pueden complicarse tanto como se desee. Por ejemplo incluyendo deserciones de usuarios o incorporando retardos que recojan el desfase informativo (las expectativas de éxito se forman en base a la información que los potenciales adoptantes tienen en cada momento).

- Dado que en la práctica el estudio analítico de los modelos puede resultar prácticamente imposible (y tanto más cuanto más complicados sean éstos), estudiar sus propiedades mediante análisis numérico resulta en muchos casos la única vía posible.